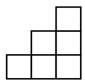
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ ОРЕНБУРГСКОЙ ОБЛАСТИ

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
по математике
в 2017-2018 учебном году
7 класс

7.1. Ученик взял 2017 целых чисел и нашел их сумму S и произведение P. В результате вычислений получилось $S = 20018$ и $P = 200019$. Доказать, что эти вычисления содержат ошибку.

7.2. Назовем лестницей фигуру из шести единичных квадратов, изображенную на рисунке



Какое наименьшее число лестниц надо взять, чтобы сложить из них квадрат (разрезания использованных лестниц, их наложения или зазоры между ними не допускаются).

7.3. За I квартал 2018 года рубль “похудел” на 25% (например, по отношению к золоту), за II квартал “поправился” на 20%, за III квартал “похудел” на 10%, а за IV – “поправился” на 20%. “Похудел” или “поправился” рубль по результату за 2018 год?

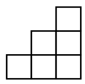
7.4. Есть 2017 клеток и 2017 кроликов, каждый из которых находится в одной из клеток. На каждой клетке написано: «Тут ровно один кролик». Известно, что среди этих надписей есть ровно три неверные. Докажите, что в одной из клеток находятся ровно три кролика.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ ОРЕНБУРГСКОЙ ОБЛАСТИ

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
по математике
в 2017-2018 учебном году
7 класс

7.1. Ученик взял 2017 целых чисел и нашел их сумму S и произведение P. В результате вычислений получилось $S = 20018$ и $P = 200019$. Доказать, что эти вычисления содержат ошибку.

7.2. Назовем лестницей фигуру из шести единичных квадратов, изображенную на рисунке



Какое наименьшее число лестниц надо взять, чтобы сложить из них квадрат (разрезания использованных лестниц, их наложения или зазоры между ними не допускаются).

7.3. За I квартал 2018 года рубль “похудел” на 25% (например, по отношению к золоту), за II квартал “поправился” на 20%, за III квартал “похудел” на 10%, а за IV – “поправился” на 20%. “Похудел” или “поправился” рубль по результату за 2018 год?

7.4. Есть 2017 клеток и 2017 кроликов, каждый из которых находится в одной из клеток. На каждой клетке написано: «Тут ровно один кролик». Известно, что среди этих надписей есть ровно три неверные. Докажите, что в одной из клеток находятся ровно три кролика.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ ОРЕНБУРГСКОЙ ОБЛАСТИ

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
по математике
в 2017-2018 учебном году
8 класс

8.1. На доске выписаны 2017 целых чисел. Доказать, что из них можно стереть одно число так, что сумма оставшихся чисел будет четной. Верно ли аналогичное утверждение для 2018 чисел?

8.2. К числу 2017 приписать справа две цифры, так, чтобы полученное шестизначное число делилось на 99.

8.3. Известно, что в треугольниках $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$ попарно равны две стороны – $A_1B_1 = A_2B_2$ и $B_1C_1 = B_2C_2$ – и углы при вершинах A_1 и A_2: $\angle C_1A_1B_1 = \angle C_2A_2B_2$. Верно ли, что равны эти треугольники?

8.4. Задние шины автомобиля изнашиваются через 15.000 км пробега, а передние через 25.000 км. Через сколько километров пробега следует поменять задние и передние шины (или колеса), чтобы они износились одновременно?

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ ОРЕНБУРГСКОЙ ОБЛАСТИ

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
по математике
в 2017-2018 учебном году
8 класс

8.1. На доске выписаны 2017 целых чисел. Доказать, что из них можно стереть одно число так, что сумма оставшихся чисел будет четной. Верно ли аналогичное утверждение для 2018 чисел?

8.2. К числу 2017 приписать справа две цифры, так, чтобы полученное шестизначное число делилось на 99.

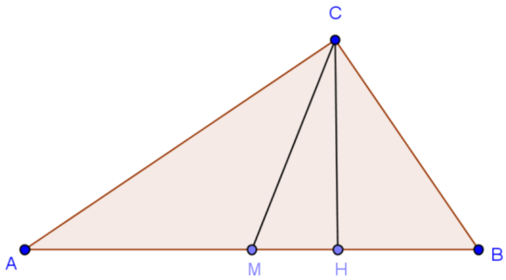
8.3. Известно, что в треугольниках $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$ попарно равны две стороны – $A_1B_1 = A_2B_2$ и $B_1C_1 = B_2C_2$ – и углы при вершинах A_1 и A_2: $\angle C_1A_1B_1 = \angle C_2A_2B_2$. Верно ли, что равны эти треугольники?

8.4. Задние шины автомобиля изнашиваются через 15.000 км пробега, а передние через 25.000 км. Через сколько километров пробега следует поменять задние и передние шины (или колеса), чтобы они износились одновременно?

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ ОРЕНБУРГСКОЙ ОБЛАСТИ

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
по математике
в 2017-2018 учебном году
9 класс

9.1. В прямоугольном треугольнике ABC из вершины прямого угла C проведены высота CH и медиана CM. Зная, что угол между ними (MCH) составляет 20°, найти величины острых углов (A и B) треугольника ABC.



9.2. Сколько различных слов (не обязательно осмысленных) можно получить, переставляя следующие карточки:

М	А	Т	Е	М	А	Т	И	К	А

9.3. Два парома отходят одновременно от противоположных берегов реки и пересекают ее перпендикулярно берегам с постоянными – но разными! –скоростями. На расстоянии 720 *м* от ближайшего берега паромы встречаются и затем, дойдя до противоположных берегов, делают там десятиминутную остановку и плывут обратно, встречаясь в 400 *м* от другого берега. Какова ширина реки?

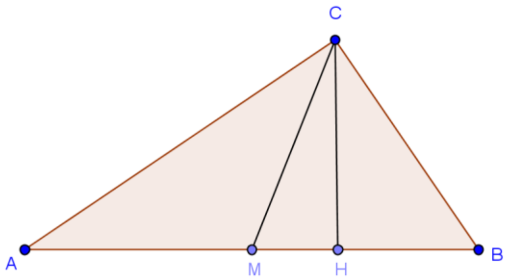
9.4. Не прибегая к приближенным вычислениям, сравнить числа

$$a=\sqrt{6}-\sqrt{2} \quad \text{и} \quad c=2\sqrt{2-\sqrt{3}}$$

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ ОРЕНБУРГСКОЙ ОБЛАСТИ

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
по математике
в 2017-2018 учебном году

9 класс



9.1. В прямоугольном треугольнике ABC из вершины прямого угла C проведены высота CH и медиана CM. Зная, что угол между ними (MCH) составляет 20°, найти величины острых углов (A и B) треугольника ABC.

9.2. Сколько различных слов (не обязательно осмысленных) можно получить, переставляя следующие карточки:

М	А	Т	Е	М	А	Т	И	К	А

9.3. Два парома отходят одновременно от противоположных берегов реки и пересекают ее перпендикулярно берегам с постоянными – но разными! –скоростями. На расстоянии 720 *м* от ближайшего берега паромы встречаются и затем, дойдя до противоположных берегов, делают там десятиминутную остановку и плывут обратно, встречаясь в 400 *м* от другого берега. Какова ширина реки?

9.4. Не прибегая к приближенным вычислениям, сравнить числа

$$a = \sqrt{6} - \sqrt{2} \quad \text{и} \quad c = 2\sqrt{2 - \sqrt{3}}$$

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ ОРЕНБУРГСКОЙ ОБЛАСТИ

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
по математике
в 2017-2018 учебном году
10 класс

10.1. Доказать, что для любых действительных x, y верно неравенство:

$$2x^4 + 2y^4 \geq xy(x+y)^2.$$

10.2. Вершина равнобедренного треугольника ABC с боковыми сторонами $AB = BC = 5$ и основанием $AC = 8$ служит центром данной окружности радиуса 2. Найти радиус окружности, касающейся данной и проходящей через концы основания треугольника – A, C.

10.3. Не прибегая к приближенным вычислениям, сравнить числа

$$a = \sqrt{2017} - 20{,}17 \quad \text{и} \quad c = \sqrt{2018} - 20{,}18.$$

10.4. Найти наименьшее натуральное число, начинающееся с цифры 1 (слева), которое при переносе этой цифры в конец увеличивается в 3 раза.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ ОРЕНБУРГСКОЙ ОБЛАСТИ

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
по математике
в 2017-2018 учебном году
10 класс

10.1. Доказать, что для любых действительных x, y верно неравенство:

$$2x^4 + 2y^4 \geq xy(x+y)^2.$$

10.2. Вершина равнобедренного треугольника ABC с боковыми сторонами $AB = BC = 5$ и основанием $AC = 8$ служит центром данной окружности радиуса 2. Найти радиус окружности, касающейся данной и проходящей через концы основания треугольника – A, C.

10.3. Не прибегая к приближенным вычислениям, сравнить числа

$$a = \sqrt{2017} - 20{,}17 \quad \text{и} \quad c = \sqrt{2018} - 20{,}18.$$

10.4. Найти наименьшее натуральное число, начинающееся с цифры 1 (слева), которое при переносе этой цифры в конец увеличивается в 3 раза.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ ОРЕНБУРГСКОЙ ОБЛАСТИ

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
по математике
в 2017-2018 учебном году
11 класс

11.1. В треугольнике ABC провели медианы AA_1, BB_1, CC_1, затем сам треугольник стерли, оставив только середины его сторон – точки A_1, B_1, C_1. По этим точкам восстановить треугольник ABC (т.е. описать порядок построения треугольника с помощью циркуля и линейки по заданным серединам сторон).

11.2. Решить уравнение с бесконечным числом радикалов:

$$\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x+...}}} = 2017x.$$

11.3. Найти все натуральные числа, начинающиеся с цифры 1 (слева), которые при переносе этой цифры в конец (вправо) увеличиваются в 7 раз.

11.4. Даны 2018 чисел, среди которых есть положительные и отрицательные. Допустимой операцией является одновременное изменение знаков – “инверсия” – 1009-ти произвольно выбранных чисел. Доказать, что с помощью нескольких таких операций можно добиться того, что все числа станут одного знака.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ ОРЕНБУРГСКОЙ ОБЛАСТИ

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
по математике
в 2017-2018 учебном году
11 класс

11.1. В треугольнике ABC провели медианы AA_1, BB_1, CC_1, затем сам треугольник стерли, оставив только середины его сторон – точки A_1, B_1, C_1. По этим точкам восстановить треугольник ABC (т.е. описать порядок построения треугольника с помощью циркуля и линейки по заданным серединам сторон).

11.2. Решить уравнение с бесконечным числом радикалов:

$$\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x+...}}} = 2017\,x.$$

11.3. Найти все натуральные числа, начинающиеся с цифры 1 (слева), которые при переносе этой цифры в конец (вправо) увеличиваются в 7 раз.

11.4. Даны 2018 чисел, среди которых есть положительные и отрицательные. Допустимой операцией является одновременное изменение знаков – “инверсия” – 1009-ти произвольно выбранных чисел. Доказать, что с помощью нескольких таких операций можно добиться того, что все числа станут одного знака.